Institut National Polytechnique de Lorraine	École Européenne d'Ingénieurs en Génie des matériaux

Contrôle de seconde année – Equations aux dérivées partielles de la physique
6 mai 2008
Durée 1 heure 30 – Sans document ni calculatrice

Exercice 1 :

1. Déterminer les solutions de l'équation différentielle suivante

$$x\frac{d^2y}{dx^2}(x)+2\frac{dy}{dx}(x)+xy(x)=0$$

sous forme de série entière $y(x)=\sum_{n=0}^{\infty}a_n x^n$

2. Montrer que ces solutions peuvent s'écrire $y(x) = a_0\, y_1(x)$ où $y_1(x)$ est une fonction simple dont on donnera l'expression.

3. Déterminer les autres solutions de l'équation différentielle en écrivant et en résolvant l'équation différentielle que vérifie $z(x)$ où $y(x)=y_1(x)\, z(x)$.

Rappel : $\sin(x)=\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$

Exercice 2 :

Calculer par la méthode des résidus l'intégrale I suivante

$$I=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{3\frac{\pi}{2}}\frac{dx}{\cos(x)+3}$$

~~où a est un paramètre réel.~~